

УДК 007.52; 519.174

В. Крамар; С. Лупенко, докт. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

НОВИЙ ПІДХІД ДО ФОРМАЛІЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ САМООРГАНІЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ РАМСЕЯ

***Резюме.** Запропоновано новий підхід до формалізації процесу самоорганізації на основі теорії Рамсея. Розроблено нову концепцію, що лежить в основі формалізації процесу самоорганізації. Представлено узагальнену схему процесу самоорганізації. Перевагою такої концепції самоорганізації над відомими є встановлення конкретних причин процесу самоорганізації у вигляді внутрішніх правил системи як таких, що відіграють центральну роль у самозародженні структур. Обґрунтовано використання чисел Рамсея з правилами як індикаторів процесу самоорганізації. Розглянуто обмеження використання запропонованого підходу та можливість його практичного застосування.*

***Ключові слова:** самоорганізація, теорія Рамсея, формалізація.*

V. Kramar, S. Lupenko

NEW APPROACH TO FORMALIZATION OF THE SELF-ORGANIZATION PROCESS BASED ON THE RAMSEY THEORY

***The summary.** At present there is a wide range of mathematically formal approaches to the description of self-organizing systems, each with its advantages and disadvantages, since a unified mathematical theory of self-organization is not built. A key problem in the theory of self-organization is the investigation and establishing of regularities of spontaneous appearance of the ordered structures in systems.*

Up to now a lot of mathematical models which describe the self-organization in a definite way have been developed. But it is necessary to specify that most of these models have been developed for the other purposes than modeling of the self-organization process. They describe only those aspects of self-organization that are important in terms of specific applied problems.

A new approach to formalization of the self-organization process based on the Ramsey theory, which studies the availability of regular structures in random configurations of elements has been proposed. A new concept that underlies in the base of the formalization of self-organization is developed. The generalized scheme of self-organization is presented. The advantage of this concept of self-organization is the determination of specific reasons for self-organization process in the form of internal system rules which play a profound role in self-creation of spontaneous structures. The usage of the Ramsey numbers with rules as the indicators of the self-organization process is interpreted. Limitations on the proposed approach and the possibility of its practical application are considered.

This approach enables to interpret mathematically why the structure in the system appears and whether there are some rules which cause the self-organization.

***Key words:** self-organization, Ramsey theory, formalization.*

Постановка проблеми. Тривалий час наука займалася лише питаннями будови, а не виникнення структур, що існують навколо нас. Чому існує таке їх різноманіття, чому вони утворюються і як? Чи може наука це все пояснити? Наука повинна пояснити природу самозародження і розвитку структур, іншими словами – суть процесів самоорганізації, як кілька десятиліть тому проголосив Г. Хакен.

Сьогодні спостерігається широкий спектр математично формалізованих підходів до опису самоорганізуючих систем, кожен з яких має свої сильні та слабкі сторони, оскільки єдиної математичної теорії самоорганізації ще не побудовано. Ключовою проблемою в теорії самоорганізації є проблема дослідження та встановлення закономірностей спонтанного виникнення впорядкованих структур у деякій системі.

Загалом самоорганізація є поняттям міждисциплінарним, тому створення математичних основ цього процесу надало б значного розвитку багатьом галузям науки. Ґрунтуючись на розроблених вже моделях, які по-різному трактують самоорганізацію, необхідно знайти найзагальніші принципи в них, щоб побудувати єдину математичну теорію самоорганізації систем. Тому постає проблема формалізації процесу самоорганізації на найбільш загальному абстрактному рівні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вважається, що вперше формально описав самоорганізацію А. Тьюринг у своїй роботі “Хімічні основи морфогенезу” [1]. Пізніше, модифікувавши модель Тьюринга, І. Пригожин отримав модель, відому сьогодні як “брюселятор” [2]. До сьогодні розроблено досить багато математичних моделей, які певним чином описують самоорганізацію. До них відносять мережі Кауфмана, клітинні автомати, генетичні алгоритми, гіперцикли, моделі самоорганізованої критичності, моделі мультиагентних систем та інші. Однак зауважимо, що більшість цих моделей були розроблені для інших цілей, а не для моделювання самого процесу самоорганізації, оскільки вони описують лише ті аспекти процесу самоорганізації, які важливі з точки зору конкретної прикладної задачі. Порівняльний аналіз відомих моделей процесу самоорганізації проведено в роботі [3].

Метою даної роботи є створення нового підходу до формалізації процесу самоорганізації та самоорганізуючих систем із використанням теорії Рамсея.

Постановка завдання (задачі). Для досягнення поставленої мети необхідно обґрунтувати використання теорії Рамсея для формалізації процесу самоорганізації, дати формальне означення процесу самоорганізації, використовуючи формальний апарат теорії Рамсея та обґрунтувати використання чисел Рамсея з додатковими правилами у цьому означенні.

Основна частина. Розглянемо концепцію, вербальний опис, що лежить в основі пропонованої формалізації процесу самоорганізації. Під самоорганізацією будемо розуміти процес виникнення впорядкованих структур у системі під дією внутрішніх правил, які виникають під впливом зовнішніх факторів. Оскільки внутрішні правила визначають структуру в системі (тобто завдяки ним виникає структура), то дослідження процесу самоорганізації зводиться до дослідження внутрішніх правил у системі та закономірностей їх виникнення [4]. Під правилом йдеться про певні обмеження, які накладаються на систему зовнішніми факторами, а під структурою – сукупність стійких зв’язків між елементами системи. Якщо організація системи – це процес упорядкування за певними правилами або ж результат цього упорядкування, то самоорганізація – це такий вид організації, в якому процес упорядкування в системі відбувається за внутрішніми правилами, що виникають під впливом зовнішніх факторів. Тобто стверджувати, що самоорганізація відбувається без специфічної дії зовнішніх факторів, мається на увазі, що ці зовнішні фактори явно не впливають на

структуру системи, а впливають на внутрішні правила в системі, які, в свою чергу, безпосередньо формують структуру в системі.

У статті [3] було наведено узагальнену схему процесу самоорганізації (рис. 1), яка є досить абстрактною, оскільки багато конкретних аспектів цього процесу ще залишаються нез'ясованими. У даній роботі цю схему ми пояснимо детальніше.

Будь-яка система існує в певному середовищі, яке для неї є зовнішнім. Зовнішнє середовище може здійснювати вплив на систему через деякі фактори – конкретні чинники, які для системи будуть також зовнішніми. Як описувалося вище, внутрішні правила формують структуру системи, які утворюються під впливом зовнішніх та внутрішніх факторів. Зміни в зовнішньому середовищі призводять до зміни внутрішніх правил (через зовнішні фактори), що спричиняє утворення нової структури в системі. Виникнення нових структур може прямувати до деякого атратора системи – множини точок у фазовому просторі, до якої збігаються фазові траєкторії системи. Також поведінка системи може впливати на зовнішні фактори, створюючи зворотний зв'язок із зовнішнім середовищем.

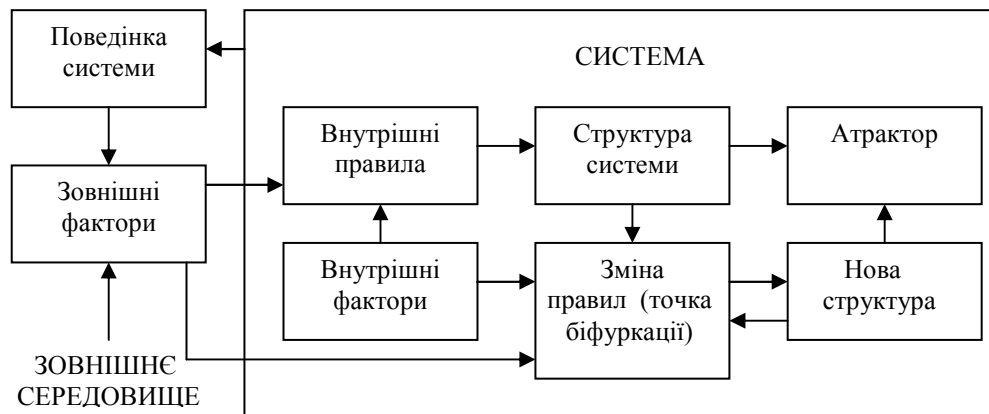


Рисунок 1. Узагальнена схема процесу самоорганізації
Figure 1. Generalized scheme of self-organization

Наприклад, в явищі виникнення комірок Бенара [5] таким зовнішнім фактором є процес підігрівання рідини, до внутрішніх факторів можна віднести необхідну товщину шару рідини, в якій утворюються ці комірки-структури. При подоланні деякого критичного значення градієнта температури (параметра системи), дифузія не встигає привести температуру до однорідного розподілу за об'ємом, що призводить до виникнення циліндричних валів, що обертаються назустріч один одному. Тобто виникають такі фізичні обмеження (правила), що упорядковують рух рідини. Зміни температури рідини та рельєфу пластинки, на якій знаходиться рідина (зміна зовнішніх факторів) призводить до зміни обмежень (зміни правил), тому виникають комірки-структури іншого розміру та форми.

Очевидно, що система повинна бути відкритою, коли відбувається зміна внутрішніх правил. Якщо система стає замкненою, то всі внутрішні правила в ній руйнуються, що призводить до збільшення ентропії системи відповідно до Н-теорема Больцмана. У відкритій системі деякі параметри (величини, які характеризують стан системи) можуть набути заборонених значень згідно з діючими правилами системи, що спричиняє їх зміну на нові внутрішні правила, які допускають нові значення параметрів

системи. Якщо при цих нових правилах у системі виникає нова структура, то такий процес власне і буде самоорганізацією.

У системі можна виділити три можливі базові етапи її еволюції: стабільність (незмінність правил), зміна правил, руйнування правил. Руйнування правил відбувається при збільшенні ентропії, коли система стає ізольованою та закритою або, коли власне система руйнується. Зміна правил відбувається при появі неможливих значень параметрів (з точки зору поточних правил), які виникли під впливом зовнішнього середовища через зовнішні фактори (поведінка самої системи також на них впливає через можливість зворотного зв'язку), як показано на рис.1. У станах стабільності значення параметрів повністю узгоджуються та не суперечать правилам системи.

Нові правила можуть утворитися тільки в динамічній та відкритій системі. Причому вони визначаються структурою системи та попередніми внутрішніми правилами при специфічній дії зовнішнього фактора на них.

Якщо правило задає відразу певну структуру в системі, то така система не буде самоорганізуючою, оскільки зовнішній фактор у такому випадку буде вже організатором та не впливає на внутрішні правила, а задає їх, а це вже не можна трактувати як неспецифічну дію.

Звичайно, виникнення структур буде відбуватися тільки під час біфуркацій. Таким чином, процес самоорганізації можна умовно поділити на два етапи:

- виникнення правил під впливом зовнішніх та внутрішніх факторів;
- виникнення нової структури під дією правил у момент біфуркації.

У самоорганізуючій системі під час взаємодії її елементів виникають такі стани, коли внутрішні правила змінюються, що й призводить до виникнення нових структур у системі.

Щоб вивчити процес самоорганізації, потрібно вивчити точки фазового простору системи (біфуркації), в яких відбувається зміна правил та нові внутрішні правила. Ці правила є найважливішими в самоорганізуючих системах, оскільки вони й визначають новий рівень організації системи.

Перевагою запропонованого вербального опису самоорганізації над відомими є встановлення конкретних причин виникнення процесу самоорганізації у вигляді внутрішніх правил системи як таких, що відіграють центральну роль у самозародженні структур.

Щоб формалізувати такий підхід до інтерпретації процесу самоорганізації з використанням внутрішніх правил системи (без опису процесу їх виникнення) за основу було обрано теорію Рамсея [6], оскільки в цій теорії стверджується, що будь-яка структура містить впорядковану підструктуру або, як висловився Т. Моцкін, з теорії Рамсея випливає, що повного безпорядку не існує [7]. Тобто завжди існує деяка структура в хаосі. В основі цієї теорії лежить теорема Рамсея, яка формулюється по-різному. Наведемо формулювання цієї теореми для скінченного випадку [8]: нехай S – множина, яка містить N елементів, і T – сімейство всіх підмножин множини S , які містять по r елементів із S . Нехай T розбите на t (непересічних) підсімейств T_1, T_2, \dots, T_t і нехай q_1, q_2, \dots, q_t, r – цілі числа, $q_i \geq r \geq 1$, $i=1, 2, \dots, t$. Тоді існує таке мінімальне число $n(q_1, q_2, \dots, q_t, r)$, яке залежить лише від q_1, q_2, \dots, q_t, r і не залежить від множини S і

$N \geq n(q_1, q_2, \dots, q_t, r)$, то для деякого i існує підмножина A_i з q_i елементів, усі r -підмножини якої знаходяться в сімействі T_i .

Правилами P назвемо такі входження певних підмножин множини S , які містять по r елементів з S , у підсімейство T_i незалежно від розбиття T . Такі мінімальні числа n називають числами Рамсея. А числа $n(q_1, q_2, \dots, q_t, r, P)$, якщо задані правила P , назвемо числами Рамсея з правилами. Оскільки останнім часом теорія Рамсея досить бурхливо розвивається, введені узагальнені, дробові, числа Рамсея великих розмірностей, числа Рамсея-Турана чи числа n називають також класичними числами Рамсея при $r=2$.

Число Рамсея може бути відправною точкою, відносно якої можна перевіряти, чи відбувається самоорганізація в деякій системі. Тобто чи деяка структура в системі з'явилась практично гарантовано відповідно до теореми Рамсея, або існують деякі правила, які спричинили виникнення такої структури.

Щоб пояснити суть запропонованого підходу та саму ідею його використання, скористаємося найпростішим прикладом з теорії Рамсея, розглядаючи лише класичні рамсеївські числа. А також будемо використовувати правила лише як обмеження на одній множині. Хоча в загальному під правилами розуміються будь-які обмеження в системі.

Наведемо приклад з теорії Рамсея для системи з 6 елементів, в якій завжди є кліка з 3 елементів зі штрихованих чи суцільних ребер, тобто $n(3,3)=6$ (рис. 2).

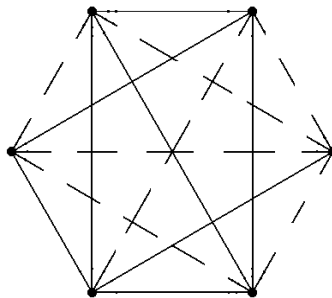


Рисунок 2. Повний граф з 6 вершинами
Figure 2. Complete graph with 6 vertices

Покажемо, що $n(3,3,P) < 6$, якщо додати деяке правило $P(AE=0, ED=0, AC=1, CD=1)$, де 0 позначає штриховані зв'язки, а 1 – суцільні (рис. 3).

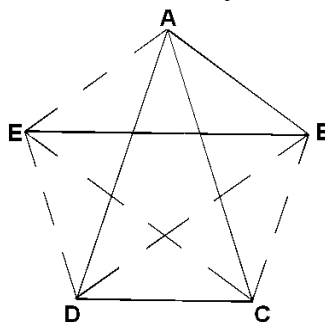


Рисунок 3. Граф, на якому показано, що $n(3,3,P) < 6$ з додатковими правилами
Figure 3. Graph demonstrating $n(3,3,P) < 6$ with additional rules

Цей приклад є досить простим. Доведення того, що з додатковим правилом число $n(3,3,P) < 6$ є тривіальним. Оскільки ребра AE і ED є штриховані, а AC і CD –

суцільні, тоді, якщо AD – штриховане, отримуємо трикутник ADE зі штрихованих ліній, якщо AD – суцільне, отримуємо трикутник ACD із суцільних ліній.

Тепер застосуємо такий підхід до опису процесу самоорганізації та самоорганізуючої системи.

Формально процес самоорганізації відповідно до запропонованого підходу можна описати як послідовність зміни внутрішніх правил системи P_1, \dots, P_m , де $m \in \mathbb{N}$, таких, що $n(l_1, \dots, l_t; P) < n(l_1, \dots, l_t)$, де $L = \{l_1, \dots, l_t\}$ – множина структур.

Систему тоді можна назвати самоорганізуючою, якщо в поточному стані системи існує структура ізоморфна l_k , $k=1, \dots, t$, та виконується умова $n(l_1, \dots, l_t; P) < n(l_1, \dots, l_t)$. Адже, якщо така структура присутня в системі з рамсеєвським числом елементів, то вона завжди там буде гарантовано, як стверджує теорема Рамсея. Але, якщо така структура присутня в системі з меншим рамсеєвським числом елементів, то можна сказати, що в системі присутній процес самоорганізації та існують деякі правила, що сприяють цьому процесу. Якщо потрібно штучно створити самоорганізацію деякої системи, то необхідно застосувати описані вище правила, які призводять до цього процесу.

Однак для такого означення процесу самоорганізації системи існує суттєва перешкода – як знаходження чисел Рамсея, так і самих правил, що є дуже складною задачею. На сьогодні відомо небагато чисел Рамсея, однак залишається практична можливість використання такого підходу.

Точні значення чисел Рамсея на практиці знати не обов'язково, щоб визначати, чи має місце самоорганізація в системі, оскільки, якщо існує певна структура в системі, яка виникла в процесі еволюції цієї системи, то в деяких випадках достатньо приблизно визначити діапазон, в якому існує рамсеєвське число такої структури та порівняти з фактичним його значенням (число з додатковими правилами) в системі, в якій є створена структура. Наприклад, можна використати формули для визначення нижньої та верхньої межі числа Рамсея. Звичайно це не набагато розширить практичне застосування такого підходу, але деякі результати вже можна буде отримати. Тобто, якщо різниця між числом Рамсея та числом Рамсея з правилами є досить великою, то самоорганізація є практично очевидним явищем. Якщо ж така різниця є невеликою, тоді визначити присутність процесу самоорганізації досить важко через обчислювальну складність. Створення ефективних алгоритмів пошуку хоча б деякої частини внутрішніх правил систем, що призводять до їх самоорганізації, є досить актуальною задачею у використанні розглянутого підходу.

Слід відзначити, що принципового значення формальне означення системи не має, оскільки структури можна розглядати як відносно елементів, так і зв'язків та взаємодій у системі (просторові, часові та ін.) в широкому їх розумінні залежно від того, що собою являє множина L в умові $n(l_1, \dots, l_t; P) < n(l_1, \dots, l_t)$. Ця умова визначає, чи буде утворена структура з такими правилами, тобто чи ці правила будуть призводити до самоорганізації системи. Вона дає змогу однозначно перевірити, чи така система є самоорганізуючою, а такі рамсеєвські числа з правилами можуть бути мірою рівня організації системи [9]. Інші правила можуть призводити і до дезорганізації системи. Сам процес самоорганізації зводиться до механізму утворення внутрішніх правил, а відповідно до них вже і самих структур у системі.

Звичайно, представлене використання теорії Рамсея для формалізації концепції процесу самоорганізації, відображений на початку цієї статті, не повністю формально її описує, оскільки пояснює виникнення структур у системі без опису виникнення самих правил, але дає змогу суттєво підвищити розуміння процесу самоорганізації, а саме математичних основ виникнення структур.

Можливість практичного застосування підходу до опису самоорганізації з використанням теорії Рамсея покажемо на прикладі генетичних алгоритмів при розв'язуванні діофантових рівнянь [10]. У генетичних алгоритмах числа Рамсея з правилами застосовувалися на етапі відбору хромосом для їх схрещування. Число Рамсея задає кількість хромосом у популяції. Правила задають умови схрещування хромосом. Застосування чисел Рамсея з правилами виявилось досить ефективним (рис. 4) при розв'язуванні діофантових рівнянь першого порядку з 4 невідомими. Для тестування використовувались шість алгоритмів, які на діаграмі позначені так: GA (відбір з методом рулетки), GA_TOURNAMENT (турнірний відбір), GART (відбір з методом рулетки та правилами самоорганізації), GA_TRUNCATION (відбір з відсіканням), GART_TOURNAMENT (турнірний відбір з правилами самоорганізації), GART_NOSELFORG (відбір з методом рулетки та правилами, які не призводять до самоорганізації). На рис. 4 наведено сумарні результати для 50 запусків кожного з алгоритмів.

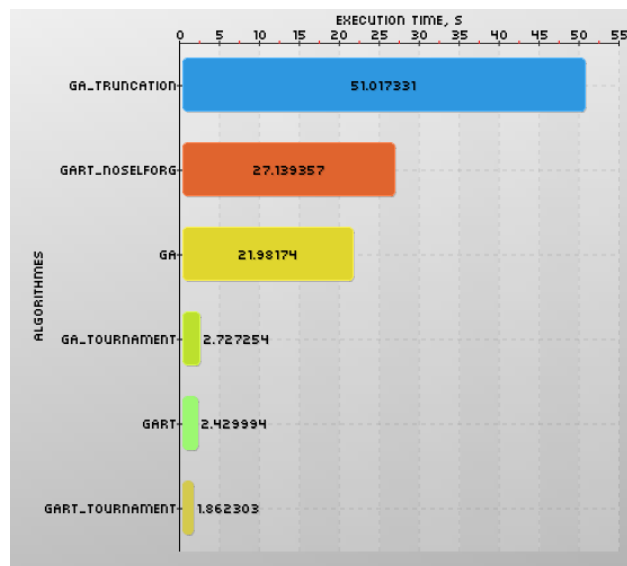


Рисунок 4. Результати тестування генетичних алгоритмів
Figure 4. Results of genetic algorithms testing

Детальніше про застосування чисел Рамсея з правилами в генетичних алгоритмах та про методику їх використання буде описано в наступній статті.

Висновки. Обґрунтовано новий підхід до формалізації процесу самоорганізації з використанням теорії Рамсея. Показано, що внутрішні правила системи відіграють центральну роль у процесі самоорганізації та самозародженні структур, а зміна внутрішніх правил системи призводить до виникнення нових структур та подальшої самоорганізації системи. Вперше обґрунтовано використання теорії Рамсея для формалізації процесу самоорганізації, дано формальне означення

процесу самоорганізації та самоорганізуючої системи, обґрунтовано використання чисел Рамсея з додатковими правилами у цих означеннях.

Запропонований підхід до формалізації процесу самоорганізації ще потребує подальшої розробки. Зокрема, як згадувалося вище, створення ефективних алгоритмів пошуку хоча б деякої частини внутрішніх правил систем, що призводять до їх самоорганізації, є досить актуальною задачею у застосуванні розглянутого підходу.

Conclusions. A new approach to formalization of self-organization process using the Ramsey theory is interpreted. It is shown that the internal system rules play a central role in the process of self-organization and self-creation of spontaneous structures, and changing of the internal system rules leads to new structures and further system self-organization. For the first time, use of the Ramsey theory for the formalization of the process of self-organization is proved, the formal definitions of the self-organization process and self-organizing system are given, and use of the Ramsey numbers with rules in those definitions is interpreted.

Proposed approach to the formalization of the process of self-organization still needs further development. In particular, as mentioned above, the development of efficient algorithms for finding at least some of the internal system rules is a very urgent task in the application of the considered approach.

Список використаної літератури

1. Turing, A.M. The Chemical Basis of Morphogenesis / A.M. Turing // Philosophical Transactions of the Royal Society of London, volume B 237. – 1952. – P. 37–72.
2. Чернавский, Д.С. Синергетика и информация: Динамическая теория информации [Текст] / Д.С. Чернавский. – Изд. 3-е, доп. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 304 с.
3. Крамар, В.І. Порівняльний аналіз моделей процесів самоорганізації та їх застосування в інформаційних системах [Текст] / В.І. Крамар, С.А. Лупенко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – №3. – С. 254–259.
4. Крамар, В.І. Можливість самоорганізації комп'ютерних систем [Текст] / В.І. Крамар, С.А. Лупенко // Матеріали І науково-технічної конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя «Інформаційні моделі, системи та технології». – Тернопіль: ТНТУ, 2011. – С. 39.
5. Ван-Дайк, М. Альбом течений жидкости и газа / М. Ван-Дайк. – М.: Мир, 1986. – 184 с.
6. Ramsey Theory: Yesterday, Today, and Tomorrow / [edited by Alexander Soifer] // Series: Progress in Mathematics, vol. 285. – Springer, New York. – 2011. – 189 p.
7. Роналд, Л. Грэм Теория Рамсея [Текст] / Л. Грэм Роналд, Джоуэл Х. Спенсер // В мире науки, 1990. – №9. – С. 70–76.
8. Райзер, Г.Дж. Комбинаторная математика / Г.Дж. Райзер. – М.: Мир, 1966. – 154 с.
9. Крамар, В.І. Числа Рамсея як міра самоорганізації систем [Текст] / В.І. Крамар, С.А. Лупенко // Матеріали XV наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 14 - 15 грудня 2011 р. – Тернопіль: ТНТУ, 2011. – С. 76.
10. Крамар, В.І. Застосування чисел Рамсея з правилами в генетичних алгоритмах [Текст] / В.І. Крамар, С.А. Лупенко // Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали 14-ї Міжнародної науково-технічної конференції SAIT 2012. – К.: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2012. – С. 82–83.

Отримано 25.04.2012